

Exercices sur les prérequis

Résoudre des systèmes linéaires d'équations

Exercice 1

Résoudre sans utiliser la calculatrice les deux systèmes suivants :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - 2y = -1 \end{cases}; \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - 3y + z = 2 \\ x - 3y - z = -2 \end{cases}$$

Exercice 2

Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x + y = 3 \\ x = 1 \end{cases}; \begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - y + z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

Exercices d'application du cours

Calculer avec les matrices

Exercice 3

On donne les matrices M_1 et M_2 suivantes :

$$M_1 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } M_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Calculer sans utiliser votre calculatrice

- $M_1 + M_2$ et $M_1 - M_2$.
- $M_1 \times M_2$, M_1^2 et M_2^2 .

Exercice 4

On donne les matrices A et B suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calculer sans utiliser votre calculatrice

- $(A - B) \times (A + B)$.
- $A^2 \cdot B^2$ puis $A^2 - B^2$.

Exercice 5

Calculer sans utiliser votre calculatrice :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Pouvait-on calculer ce produit dans l'autre sens ? Pourquoi ?

Calculer ensuite ce produit avec votre calculatrice.

Exercice 6

On donne les deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ a & 3 \end{pmatrix}$$

Trouver la valeur du réel a pour laquelle les matrices A et B sont inverses l'une de l'autre.

Exercice 7

Refaire le même exercice avec les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -1/3 & a & 0 \\ a & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Montrer qu'une matrice est l'inverse d'une autre

Exercice 8 (Sans calculatrice)

Montrer que les deux matrices suivantes sont inverses l'une de l'autre :

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 5 & 11 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} -11 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 9 (Avec calculatrice)

Montrer que les deux matrices suivantes sont inverses l'une de l'autre :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } \begin{pmatrix} 1/4 & 1/5 & -7/20 \\ 1/4 & 0 & 1/4 \\ -1/4 & 1/5 & 3/20 \end{pmatrix}$$

Exercice 17 Des produits de matrices sans calculatrice

Soient les matrices suivantes : $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & a \end{pmatrix}$

et $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ où a est un nombre réel.

Calculer a pour que le produit AB soit égal à

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & 13 \\ -9 & 7 \end{pmatrix}.$$

Soient les trois matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

et $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & c \end{pmatrix}$.

Déterminer les trois réels a , b et c pour que $A \times B = C$.

Exercice 11

Calculer à l'aide de votre calculatrice la ma-

trice inverse de $\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Qu'obtient-on

quand on remplace le terme de la troisième ligne, troisième colonne par 0 ? (Donner une conclusion sur l'inversibilité de cette dernière matrice.)

Exercice 12

Calculer à l'aide de votre calculatrice la ma-

trice inverse de $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Résoudre des systèmes linéaires

Exercice 13

Résoudre le système d'équations suivant en utilisant le calcul matriciel et votre calculatrice :

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x - y + z = 4 \end{cases}$$

Exercice 14

Résoudre le système d'équations suivant en utilisant le calcul matriciel et votre calculatrice :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y + 2z = 2 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$$

Exercice 15

Résoudre le système d'équations suivant en utilisant le calcul matriciel et votre calculatrice :

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x - y - 2z = 4 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

En utilisant la même matrice résoudre le

$$\text{système } \begin{cases} x - y + z = 1 \\ 2x - y - 2z = -1 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$$